

複雑な組合せ最適化問題を解く量子ニューラルネットワーク

通信網、交通網、ソーシャルネットワークなど、複雑化するさまざまな社会システムの解析や最適化を行うためには、組合せ最適化問題を効率良く解く必要があります。本稿では、光パラメトリック発振器と呼ばれる光の発振状態をスピンとして見立て、相互作用する多数のスピンが全体のエネルギーを最低とするようにその向きをとる現象を利用して組合せ最適化問題の解を探索する量子ニューラルネットワーク研究の進展状況について紹介します。

たけすえ ひろき いながき たかひろ
武居 弘樹 / 稲垣 卓弘
 いなば けんすけ ほんじょう としもり
稲葉 謙介 / 本庄 利守

NTT物性科学基礎研究所

量子ニューラルネットワーク

通信網、交通網、ソーシャルネットワークなど、社会を構成するさまざまなシステムが大規模化、複雑化につれ、システムの解析や最適化が重要な課題となっています。これらの課題の多くは組合せ最適化問題と呼ばれる、従来のコンピュータが苦手とする数学的問題に帰着します。

近年、最適化問題を相互作用するスピン群の理論モデルである「イジングモデル」の基底状態探索問題に変換し、人工的に作製した疑似的なスピン系を用いてこの問題を解く試みが注目を集めています^{(1),(2)}。私たちのチームでは、人工スピンとして縮退光パラメトリック発振器 (DOPO: Degenerate Optical Parametric Oscillator) と呼ばれる、位相が0または π のいずれかのみで発振する特殊なレーザ発振器をスピンとして見立て、それらを相互光注入により結合することでイジングモデルの基底状態探索問題を解く量子ニューラルネットワーク (QNN: Quantum Neural Network) の研究を行っています。本稿では、QNNの原理について簡単に述べ、NTTにおける研究の進展状況について紹介し

ます。

イジングモデル

イジングモデルとは、E. Isingらにより提案された相互作用するスピン系の振る舞いを記述する統計力学上のモデルであり、そのハミルトニアンは次式で与えられます。

$$H = -\sum_{i < j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (1)$$

ここで σ_i は*i*番目のスピン状態を、 J_{ij} は*i*番目と*j*番目のスピン間の相互作用係数を表します。イジングモデルの基底状態探索とは、ある相互作用係数の行列 $\{J_{ij}\}$ を与えたときに、式(1)を最小化するスピンの組合せ $\{\sigma_i\}$ を

求めることに相当します。QNNは、コヒーレントイジングマシンとも呼ばれ、量子光発振器を用いてイジングモデルを模擬する人工スピン系です⁽³⁾。私たちのQNNにおいては、DOPOの位相がスピン状態を表現します(図1)。問題に相当する J_{ij} は、*i*番目と*j*番目のDOPO間に、相互光注入のために設定した光路の透過率と長さを制御することにより設定します。相互光注入によりネットワーク化されたDOPO群は、全系の損失をもっとも下げる(すなわち、式(1)を最小化する)位相の組合せで発振する確率をもっとも高くなることを利用して、与えられたイジング問題に対する基底状態を効

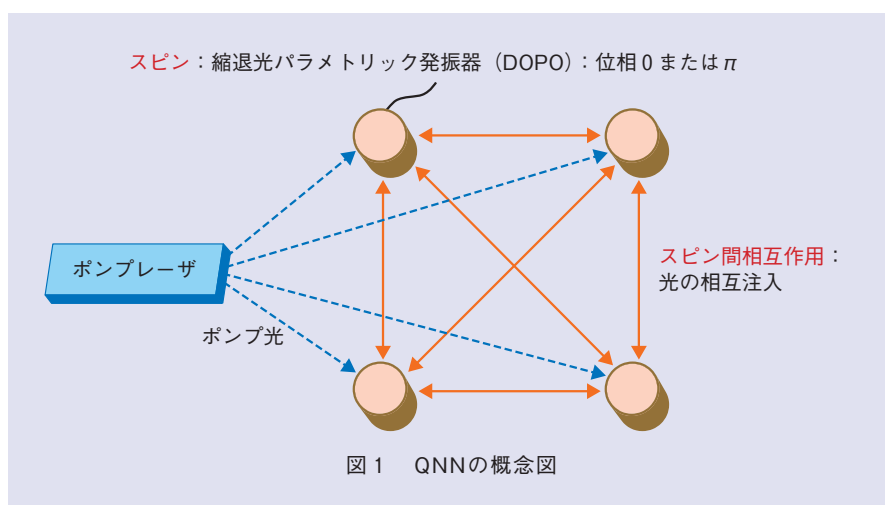


図1 QNNの概念図

率良く得ることができます。これがQNNの基本原理です⁽³⁾。

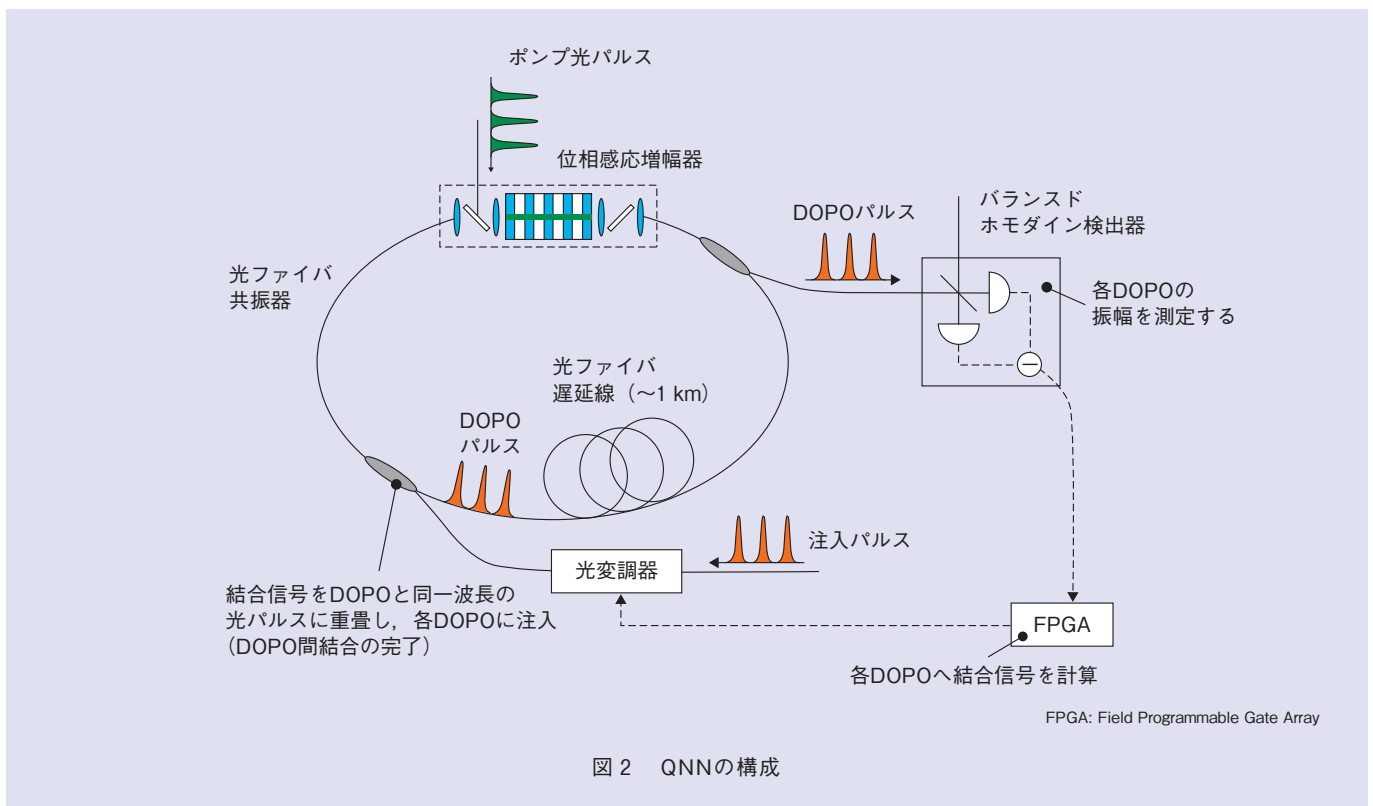
位相感応増幅

QNNにおける人工スピンであるDOPOの生成のために、重要な役割を担うのが位相感応増幅と呼ばれる非線形光学現象です⁽⁴⁾。2次または3次の非線形光学効果を有する媒質に、角周波数 ω_p のポンプ光と、角周波数 ω_s のポンプ光との初期位相差が $-\theta$ のシグナル光を入力すると、光パラメトリック増幅過程により、角周波数 $\omega_i = \omega_p - \omega_s$ (2次の場合)、初期位相差のアイドラ光が発生します。ここで、

シグナル光とアイドラ光の周波数が縮退しているとき ($\omega_s = \omega_i = \omega_p/2$) シグナル光振幅の増幅係数は $\cos \theta$ に比例するため、ポンプ光との初期位相差が0または π のシグナル光がもっとも効率良く増幅されます。この現象が位相感応増幅です。

位相感応増幅器としては、高非線形光ファイバ中の四光波混合過程^{(5), (6)}、周期分極反転ニオブ酸リチウム導波路中のパラメトリック下方変換過程^{(4), (7)}を用いることができます。位相感応増幅器を光共振器中に配置し、ポンプ光を入力すると、増幅器より発生した自然放出雑音のうち0位相または π 位相

の成分が効率良く増幅されるため、0または π 位相のいずれかのみで発振するDOPOが実現されます(図2)。さらに、ポンプとしてパルス光を用い、その時間間隔を共振器1周時間の $1/N$ にすることにより、1つの光共振器を用いて時間領域に多重された N 個のDOPOパルスを生成することができます。私たちは、1 kmの長距離光ファイバ共振器を用いて数千を超えるDOPO群を一括発生することに成功し、大規模QNNの実現への端緒を開きました⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾。最近は、100万を超えるDOPO群の発生にも成功しています⁽⁸⁾。



共振器に遅延干渉計を配置することで、時分割多重されたDOPO間の光注入を実現することができます。文献(6)の実験では、共振器中に1ビット遅延干渉計を挿入することで、最隣接するDOPOを結合し1次元イジングモデルを実装しました。遅延干渉計の2光路の位相差制御によるDOPO群の強磁性的・反強磁性的な振る舞いや、ドメイン壁の形成など、DOPO群が低温下のスピン群の振る舞いをよく模擬することを実験的に確認しました。

測定フィードバック法

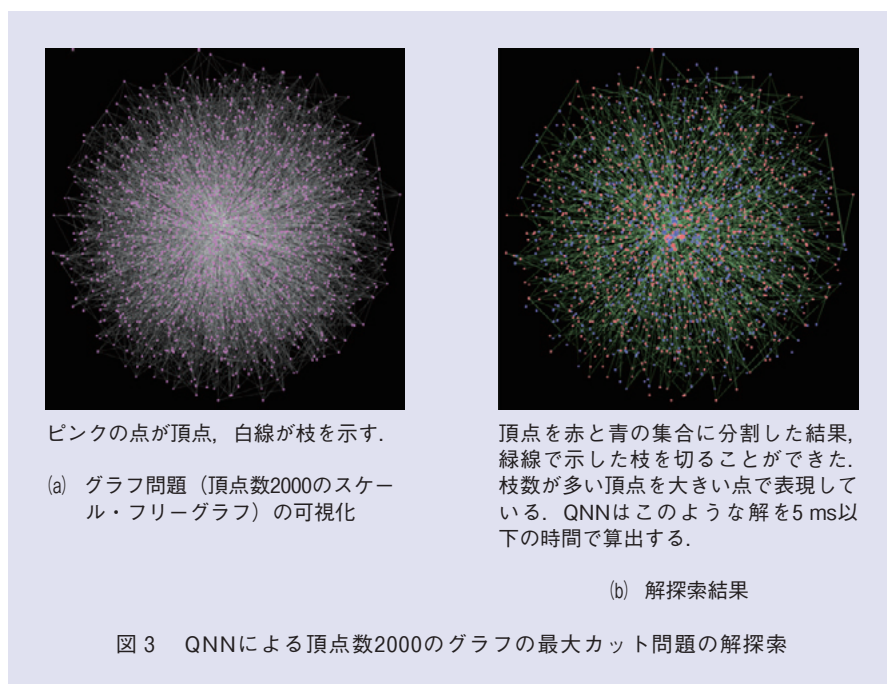
前述の1次元イジングモデル実験は、QNNの本質を理解し、また構築したDOPOの特性を評価するために有用なものです。このような物理的な結線による光結合では、現実に解きたい問題に相当する複雑なネットワークをDOPO間に形成することは困難です。例えば2000個のDOPO間に完全結合（自分以外のすべてのDOPOと結合していること）を実現するには、前述の遅延干渉計を用いた手法では遅延路の透過率と位相を各パルスに高速に制御可能な遅延干渉計が1999個必要となり、現実にはこのようにたくさんの光回路を挿入した損失の大きい光共振器を用いてDOPOを生成することは大変困難です。そこで、私たちは各DOPOの出力光を直接注入する代わりに、「測定・フィードバック法」によりDOPOを結合しました(図2)。

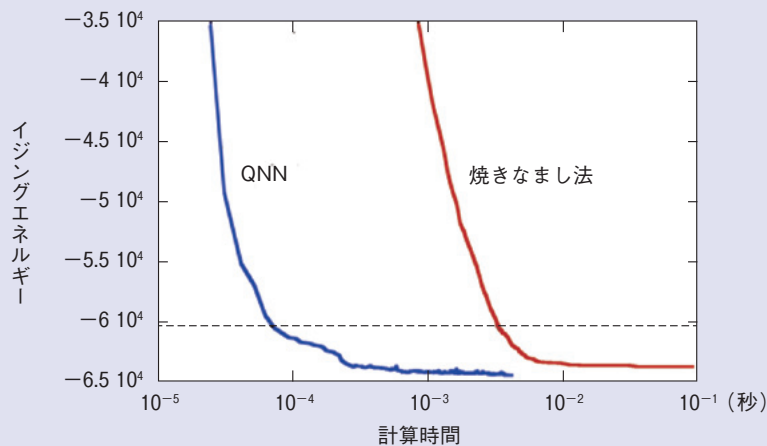
この手法では、DOPOの発振過程において、N個のDOPO群が光ファイバ共振器を周回するごとにバランスドホモダイン検出器を用いて全DOPOの振幅 $\{c_i\}$ を測定し、その情報をFPGA (Field Programmable Gate Array) に入力します。FPGAにはあらかじめ解きたい問題に対応する行列 $\{J_{ij}\}$ が入力されており、これと測定により得られた振幅 $\{c_i\}$ を用いて次段でのi番目のDOPOに対する結合信号 $s_i = \sum_j J_{ij} c_j$ を計算します。得られた結合信号を、DOPOと全く同じ波長の光パルスに重畳してi番目のDOPOに注入することにより、N個のDOPO群のすべての結合〔有向グラフの場合、 $(N(N-1)/2)$ 通り〕を実現することができます。私たちは、本手

法を用いて2048個のDOPOからなるQNNを構築し⁽⁹⁾、これを用いて、頂点数2000のグラフの最大カット問題の解探索に成功しました(図3)。特に、頂点数2000の完全グラフ(枝数約200万)の最大カット問題に適用したところ、1万分の1秒以下の時間で解を得ました(図4)。同じ問題をCPU上で実装した焼きなまし法により解いて基準解に達する時間を比較したところ、QNNのほうが約50倍高速であることを実験的に確認しました。

今後の展開

新しい非ノイマン型コンピュータであるQNNの研究はまだ始まったばかりですが、本稿で紹介したようにすでに特定の問題に関しては従来型コン





点線は精度保証のあるアルゴリズムを用いて400秒の計算時間で得た「十分良い解」に相当する基準エネルギー。基準エネルギーに到達するのに、焼きなまし法で3.2 ms要したのに対し、QNNを用いると0.07 msで同エネルギーに到達した。

図4 QNNと従来型コンピュータとの計算時間比較

コンピュータを上回る性能を得る可能性を示しています。今後はスピン数をさらに増大することにより既存のデジタルコンピュータに対する優位性を明らかにするとともに、数学者、ソフトウェア研究者など、分野を超えた研究者・開発者との連携によりQNNの応用探索に取り組んでいきます。

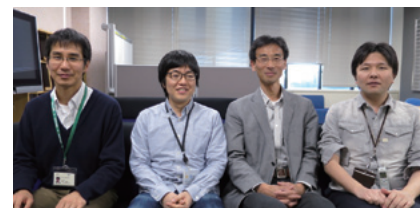
■参考文献

- (1) M. W. Johnson, M. H. S. Amin, S. Gildert, T. Lanting, F. Hamze, N. Dickson, R. Harris, A. J. Berkley, J. Johansson, P. Bunyk, E. M. Chapple, C. Enderud, J. P. Hilton, K. Karimi, E. Ladizinsky, N. Ladizinsky, T. Oh, I. Perminov, C. Rich, M. C. Thom, E. Tolkacheva, C. J. S. Truncik, S. Uchaikin, J. Wang, B. Wilson, and G. Rose: "Quantum annealing with manufactured spins," *Nature*, Vol.473, pp.194-198, 2011.
- (2) M. Yamaoka, C. Yoshimura, M. Hayashi, T. Okuyama, H. Aoki, and H. Mizuno: "A 20k-spin Ising chip to solve combinatorial optimization problems with CMOS annealing," *IEEE J. Solid-State Circuits*, Vol.51, No.1,

pp.303-309, 2015.

- (3) S. Utsunomiya, K. Takata, and Y. Yamamoto: "Mapping of Ising models onto injection-locked laser systems," *Opt. Express*, Vol.19, No.19, pp.18091-18108, 2011.
- (4) 梅木・忠永・風間・圓佛・宮本・竹ノ内: "極限に挑む低雑音位相感応光増幅技術," *NTT技術ジャーナル*, Vol.27, No.11, pp.18-22, 2015.
- (5) 武居・稲垣・井上・山本: ">2500パルス多重縮退光パラメトリック発振器のコヒーレンス特性," 第61回応用物理学会春季学術講演会, 17p-PA1-1, 2014.
- (6) 武居・稲垣・梅木・忠永・竹ノ内: "PPLN導波路を用いた大規模時分割多重光パラメトリック発振器," 第62回応用物理学会春季学術講演会, 12a-P6-1, 2015.
- (7) T. Inagaki, K. Inaba, R. Hamerly, K. Inoue, Y. Yamamoto, and H. Takesue: "Large-scale Ising spin network based on degenerate optical parametric oscillators," *Nat. Photonics*, Vol.10, pp.415-419, 2016.
- (8) H. Takesue and T. Inagaki: "10 GHz clock time-multiplexed degenerate optical parametric oscillators for a photonic Ising spin network," *Opt. Lett.*, Vol.41, No.18, pp.4273-4276, 2016.
- (9) T. Inagaki, Y. Haribara, K. Igarashi, T. Sonobe, S. Tamate, T. Honjo, A. Marandi, P. L. McMahon, T. Umekei, K. Enbutsu, O.

Tadanaga, H. Takenouchi, K. Aihara, K. Kawarabayashi, K. Inoue, S. Utsunomiya, and H. Takesue: "A coherent Ising machine for 2000-node optimization problems," *Science*, Vol.354, No.6312, pp.603-606, 2016.



(左から) 武居 弘樹/ 稲葉 謙介/
本庄 利守/ 稲垣 卓弘

「とりあえず、試しにやってみよう」とDOPOをつくってみて、それが思いのほかうまくいったことから発展している研究です。日々ダイナミックに進化し、この先どうなるかよく分からないというのが本音ですが、このダイナミズムを楽しみながら進めたいと思います。

◆問い合わせ先

NTT物性科学基礎研究所
量子光物性研究部
量子光制御研究グループ
TEL 046-240-3489
FAX 046-240-4726
E-mail takesue.hiroki@lab.ntt.co.jp