

二分決定グラフを用いたネットワーク信頼性最適化法

通信ネットワークの故障に対する強さを定量化する尺度の1つとして、ネットワーク信頼性が知られています。ネットワーク信頼性の値が大きいほど故障に強い通信ネットワークということになります。しかし、ネットワーク信頼性が最大となる通信ネットワークの形を見つけるためには膨大な量の計算が必要のため、これまでは非常に小規模なネットワークに対してしか最適な答えを見つけることができていませんでした。本稿では計算機を用いて故障に強い通信ネットワークの形を自動的に見つけ出す方法を紹介します。

にし の まさあき^{†1} いのうえ たける^{†2} やすだ のりひと^{†1}
 西野 正彬 / 井上 武 / 安田 宜仁
 みなと しんいち^{†3} な が た まさあき^{†1}
 湊 真一 / 永田 昌明

NTTコミュニケーション科学基礎研究所^{†1}
 NTT未来ねっと研究所^{†2}
 京都大学大学院情報学研究科^{†3}

通信ネットワークの信頼性

通信ネットワークは私たちの生活を支える重要なインフラストラクチャであり、故障せずに常に動作し続けることが求められます。しかしながら、ネットワークの構成要素であるノードおよびリンクは、災害等のために故障したり断線したりすることがあります。こうした故障の発生確率をゼロにすることは現実的ではないため、通信ネットワークは構成要素が故障することを前提として設計される必要があります。では、構成要素が故障したとしても動作し続ける通信ネットワークとはどのようなものなのでしょうか。例えば、図1のようなネットワークを考えます。図1(a)では2つの拠点が単一のリンクでつながれているため、このリンクが断線すると通信が行えなくなってしまいます。図1(b)は、図1(a)のネットワークにリンクを1本追加して得られたネットワークです。このネットワークではたとえリンクが1本断線したとしてもまだリンクが残るので、2つの拠点は引き続き通信することができます。したがって、リンクを追加したネットワークはより故障に

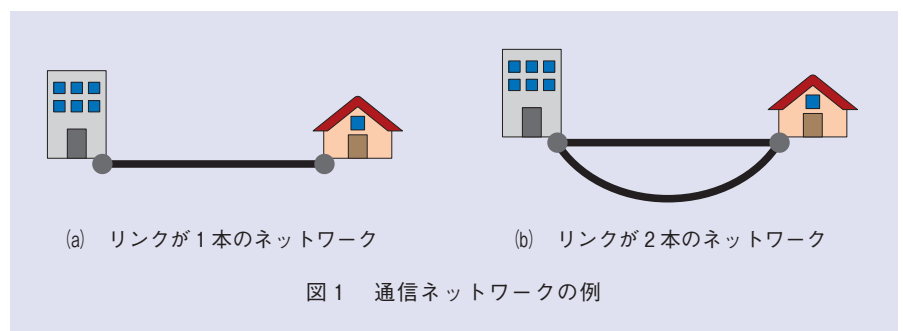
強いネットワークであるということがいえます。

ネットワークの故障に対する強さを定量化するための尺度の1つとしてネットワーク信頼性が知られています。ある通信ネットワークのネットワーク信頼性は、その構成要素が確率的に故障するとしたときに、そのネットワークを用いて通信が行える確率として定義されます。図1の例でネットワーク信頼性を計算してみましょう。今、各リンクがそれぞれ独立に20%の確率で断線するとします。すると、図1(a)のネットワークで通信が行える確率はリンクが断線しない確率と一致するので、ネットワーク信頼性は80%となります。一方、図1(b)のネットワークではリンクが2本とも同時に断線しない限りは通信が可能です。そ

のような事象が起こる確率は $20\% \times 20\% = 4\%$ なので、このネットワークの信頼性は96%となります。こうして信頼性を計算することで、ネットワークの故障に対する強さを定量化することができます。なお、図1の単純な通信ネットワークの信頼性は暗算によって簡単に計算することができましたが、ネットワークの形状が複雑になると信頼性の計算は急激に複雑になり、計算に膨大な時間がかかることが知られています。

ネットワーク信頼性最大化問題

ある通信ネットワークの故障に対する強さを調べるためにネットワーク信頼性を計算したとします。もし信頼性が十分に高いのであれば、私たちはそのネットワークを安心して使い続ける



ことができるでしょう。一方で、もし信頼性が低かったとしたら信頼性を高めるためにリンクを増設する必要があります。このような場面で、信頼性を最大にするネットワークの増設方法を見つける問題は、信頼性最大化問題と呼ばれる組合せ最適化問題*1として定式化することができます。以下では増強に使える予算があらかじめ決まっております。その予算の範囲内で信頼性を最大とする通信ネットワークの形を探す問題を解くことにします。この問題は予算制約付き信頼性最大化問題と呼ばれています。

予算制約付き信頼性最適化問題の入力は、ノードとリンクとで結ばれた通

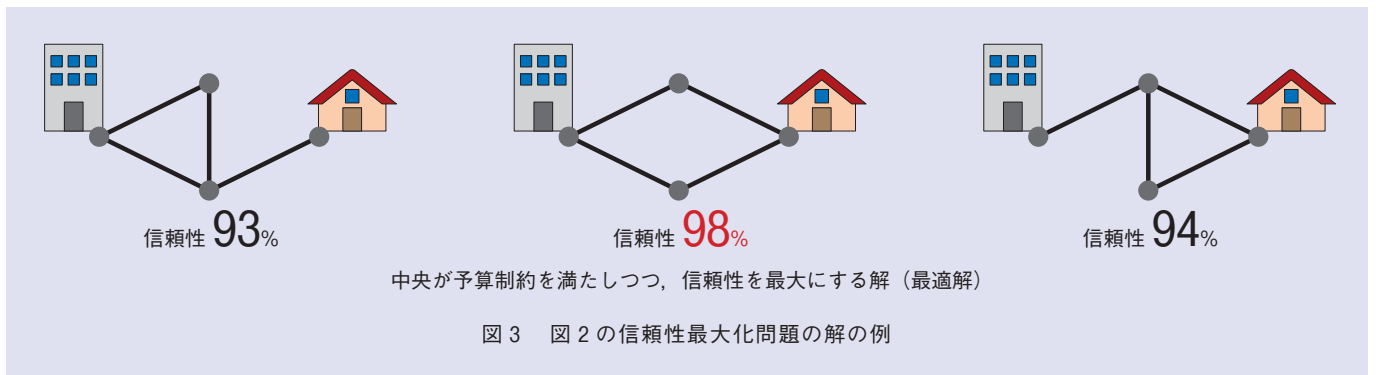
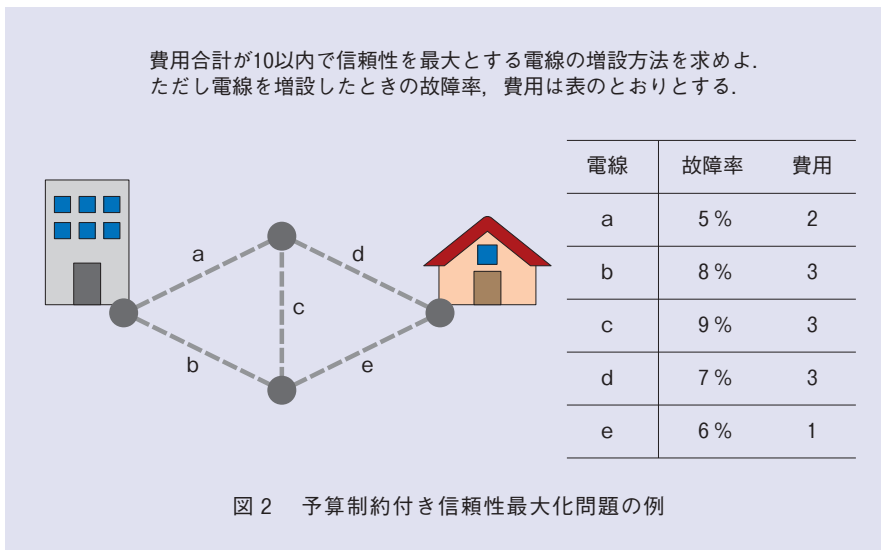
信ネットワーク、ネットワークに新たにリンクを追加する際の追加場所の候補、ネットワーク構築にかけられる予算の上限値、そして各場所にリンクを追加したときの、そのリンクの故障率および追加にかかる費用になります。これら入力を受け取り、ネットワークに費用の合計が予算の上限を超えない範囲でリンクを追加することで得られるネットワークのうち、ネットワーク信頼性が最大となるものを見つけます。予算制約付き信頼性最大化問題の例を図2、予算制約を満たすネットワークの増設方法の候補を図3に示します。これらの候補のうち、中央のネットワークが予算制約を満たしつつ

もっとも信頼性が高いネットワーク、すなわち最適解になります。

信頼性最大化問題を解くことで故障に強いネットワークの構造を求めることができることが分かりました。しかし、実はこの問題は高速な計算機を使っても計算に膨大な時間がかかる問題であることが知られています。信頼性最大化問題を解くための素朴な方法として、予算制約を満たすネットワークの形をすべて列挙し、それぞれのネットワーク信頼性を評価して、もっとも信頼性が高い形を取り出すという方法があります。

しかし、この方法には困難な点が2つあります。まず、予算制約を満たすネットワークの形状数が、リンクの追加場所の候補数に対して指数的に増加するため、膨大な数になってしまうという問題があります。次に、予算制約を満たすあるネットワークの信頼性を評価するためにも時間がかかるという問題があります。ネットワーク信頼性を評価するためには、そのネットワークを用いて通信が可能な断線の発生の方（故障パターン）をすべて調べる

*1 組合せ最適化問題：制約条件を満たす組合せの中から、もっとも良いものを見つける問題のこと。代表的な組合せ最適化問題として巡回セールスマン問題やナップサック問題などがある。



必要があります。故障パターンの総数はネットワークに含まれるリンクの数に対して指数的に増加するため、ネットワーク信頼性の評価にも指数的に時間がかかってしまいます。これらの2種類の難しさが掛け算的に効いてくるため、ネットワークの規模が大きくなると計算に急激に時間がかかってしまいます。そのため、予算制約付きネットワーク信頼性最大化問題を解く従来法は、10頂点程度の通信ネットワークの設計にしか適用することができませんでした。

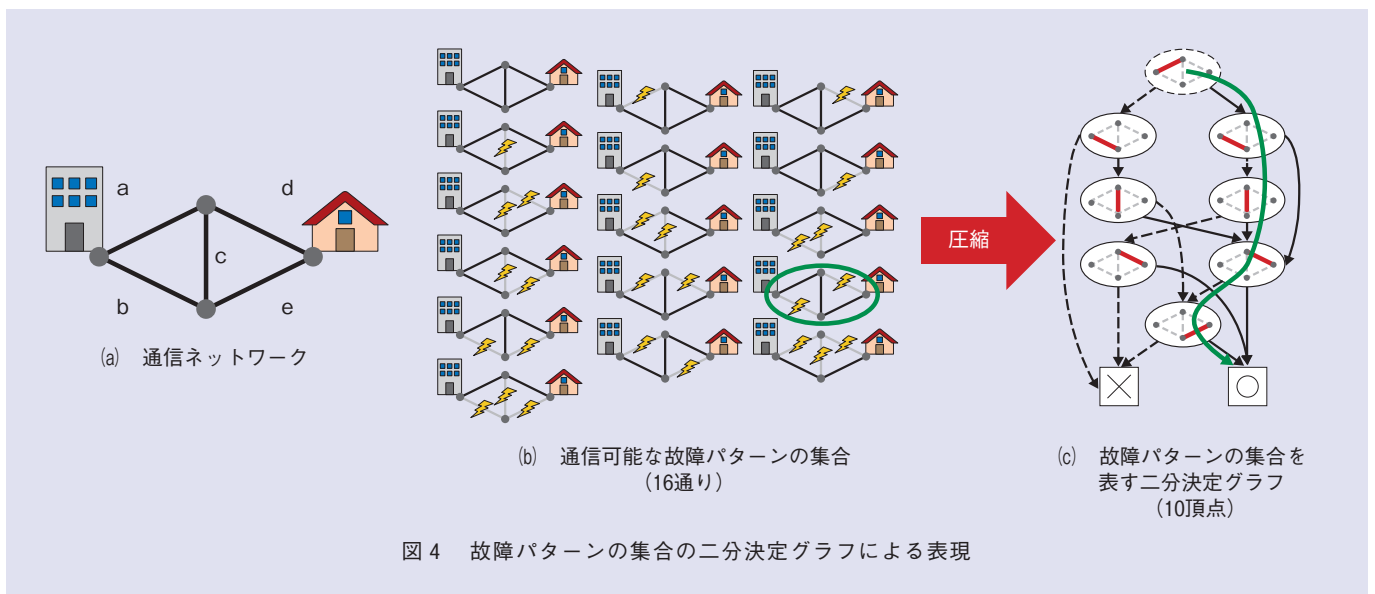
二分決定グラフを用いた効率的な最適化手法

私たちは難しい問題である予算制約付き信頼性最適化問題の最適解を、既存法よりも効率的に発見する新たなアルゴリズム*2を考案しました⁽¹⁾。このアルゴリズムを用いると、これまで10頂点程度の通信ネットワークに対してしか最適解を求めることができなかったところ、100頂点を超える通信ネットワークに対して最適解を見つける

ことが可能となりました。従来法と計算時間を比較すると、提案法が1万倍以上高速に問題を解けることとなります。私たちのアルゴリズムのもっとも重要な点は、二分決定グラフ (BDD: Binary Decision Diagrams)⁽²⁾ と呼ばれる技術を用いている点にあります。BDDは、組合せを集めたもの (組合せ集合) を圧縮して保存します。通信ネットワークのある故障パターンは故障したリンクの組合せとして表現できるため、BDDを用いることで故障パターンの集合を圧縮できます。図4は、ある通信ネットワーク (図4(a)) の通信可能な故障パターンの集合 (図4(b)) と、それを表す二分決定グラフ (図4(c)) の例になります。二分決定グラフは楕円形の節点と四角い節点の2種類の節点があり、各楕円形の節点からは実線と破線の矢印がそれぞれ1本ずつ出ています。楕円形の節点はそれぞれ通信ネットワーク (図4(a)) の各リンクに対応付けられています。四角い節点には○あるいは×の2種類の記号が描かれており、最下段に

配置されます。各故障パターンは、二分決定グラフ上で一番上にある節点から○と書かれた最下段の節点までの1つの経路に対応します。この経路は、あるリンクが故障しているかどうかに応じて一番上の節点から順番に矢印をたどっていくことで得ることができます。例えば図4(b)において緑色の丸で囲まれた故障パターンは、図4(c)のBDDにおいて緑色の矢印で示された経路に対応しています。この経路は、まずBDDの一番上の節点において、故障パターン中でリンクaが存在するので実線の矢印をたどり、次の節点でリンクbが存在しないので破線の矢印をたどり…という要領で、リンクの有無に応じて実線または破線をたどることで得られます。各故障パターンを経路として表現すると、経路が等しい個所をまとめて表現することができ、より少ない節点からなるBDDと

*2 アルゴリズム: ある問題を解くための計算手続きのこと。コンピュータはアルゴリズムを実行することでさまざまな問題を解くことができる。



して故障パターンの集合を表現できます。例えば図4では、16通りある故障パターンの集合を、10節点からなるBDDとして表現しています。ある故障パターンを表現するためには5節点必要なことを考えると、このBDDは故障パターンの集合を8分の1に圧縮して表現できているといえます。さらに大きな規模の通信ネットワークに対しては、何万分の1以下に圧縮して故障パターンを表現可能なケースも存在します。

BDDを使って故障パターンの集合を表現することで、予算制約付き信頼性最大化問題を解くために必要ないくつかの計算を高速化することができます。ネットワークの信頼性を評価すること自体が計算困難であると前述しましたが、BDDを使うことで信頼性評価を高速化することができます。BDDを使わない場合、信頼性を評価するためには膨大な数の故障パターンをすべて調べ上げる必要がありました。一方でBDDを使うと、BDDの節点数に比例する時間で信頼性を正確に評価することができます。つまり、BDDを用いて故障パターンの集合を1万分の1に圧縮して表現できたのだとすれば、信頼性の計算を1万倍高速に実行することができるということを意味します。さらに、あるリンクを追加することで、予算制約を満たす範囲でどれだけ信頼性を高めることができるかを、BDDを用いることで効率的に推定することができます。リンクを追加した効果を推定することで、信頼性を改善する見込みの高い構成を優先的に調べられるようになるので、調べなければいけないネットワークの構成の数を大幅に削減することができます。

す。これらの高速化によって、提案法はこれまで解けなかった問題を解くことに成功しました。

なお、ここまでは予算の範囲内でできるだけネットワーク信頼性を高くするようなネットワークの構造を探す問題について説明してきました。しかし、実際にネットワークを設計する場面では予算より先にネットワーク信頼性の目標値が決まっており、できるだけ予算をかけずに目標値を達成したいというケースもあります。私たちのアルゴリズムはこのような状況でも既存法より高速に最適解を求めることができます。

今後の展開

本稿では通信ネットワークを対象として信頼性を最大とするネットワークの形を見つける方法について紹介しましたが、私たちの考案したアルゴリズムは通信ネットワーク以外のインフラネットワークに対しても適用することができます。例えば道路網や鉄道網、電力送電網といったインフラネットワークにおいても、安定してネットワークを利用可能であることが強く求められます。私たちのアルゴリズムはこれらの技術分野においても、信頼性が高い、故障に強いネットワークを設計するのに貢献することができると考えています。

当然のことながら、ネットワークを設計する際には信頼性とコスト以外にも考慮すべき要素があるので、提案法で見つけることができる信頼性の高いネットワークが現実的な意味で最良のネットワークであるとは限りません。今後は、信頼性以外の考慮すべき点も加味して最適なネットワークの形を見

つけ出すことができるようにアルゴリズムを改良していきたいと考えています。

参考文献

- (1) M. Nishino, T. Inoue, N. Yasuda, S. Minato, and M. Nagata: "Optimizing Network Reliability via Best-first Search over Decision Diagrams," Proc. of INFOCOM 2018, pp.1817-1825, Honolulu, U.S.A., April 2018.
- (2) R. E. Bryant: "Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation," IEEE Transactions on Computers, Vol. C-35, No.8, pp.677-691, 1986.



(上段左から) 西野 正彬/ 井上 武/
安田 宣仁
(下段左から) 湊 真一/ 永田 昌明

一見解けなさそうな問題であってもアルゴリズムを工夫すれば解けるようになることが多いです。今後もより良い社会を実現するのに役立てられる、魅力的なアルゴリズムの研究開発に取り組んでいきます。

◆問い合わせ先

NTTコミュニケーション科学基礎研究所
研究推進担当
TEL 0774-93-5030
FAX 0774-93-5015
E-mail cs-liaison-ml@hco.ntt.co.jp